ECO 431 - Microéconomie
Marie-Laure Allain et Pierre Boyer
Correction Examen, novembre 2021

Polycopié, transparents et notes personnelles du cours autorisés. Les calculatrices sont autorisées. Merci de répondre aux questions 1 et 2 sur la copie rose et aux exercices 3 et 4 sur la copie blanche.

Exercice 1 : *Choix de localisation dans un secteur à prix fixes (4 points).*

On considère le marché d'un bien represente par une ville linéaire à la Hotelling. Les consommateurs sont distribués continûment et uniformément le long du segment de longueur 1. La masse totale des consommateurs est normalisée à 1. Chaque consommateur veut acheter au plus une unité de bien. Il fait face à un coût de transport quadratique $\frac{td^2}{2}$ pour parcourir la distance d. L'utilité d'un consommateur qui achète une unité du bien auprès de l'entreprise située à la distance t de sa localisation est $U(x,p) = v - p - \frac{td^2}{2}$; l'utilité d'un consommateur qui n'achète pas est normalisée à 0.

On suppose que le marché est couvert, c'est-à-dire que v est suffisamment grand pour qu'à l'équilibre, tous les consommateurs achètent. On supposera également qu'en cas d'indifférence (lorsque le coût total de l'achat chez 1 est identique au coût total de l'achat chez 2) le consommateur achète à l'entreprise la plus proche.

Le bien est produit et vendu par deux entreprises avec un coût marginal constant c. On supposera $c < v - t/2$. Les deux entreprises doivent choisir leur localisation sur le segment $[0,1]$. On notera a ($a \in [0,1]$) la localisation de l'entreprise 1 et b ($b \in [0,1]$) celle de l'entreprise 2, avec, par convention, $a < b$.

Les prix sont régulés sur ce marché, et fixés à p.

1. Déterminer la localisation des deux firmes qui serait choisie par un planificateur bienveillant pour maximiser le bien-être social.

   Lorsque le marché est couvert, la quantité échangée est constante : le surplus social ne dépend donc pas des prix (qui reviennent à un transfert entre les vendeurs et les acheteurs) mais decroît en les coûts. Le planificateur choisit donc de minimiser les coûts de transport, ce qui revient à choisir de localiser les deux entreprises en $a = 1/4$ et $b = 3/4$.

2. Les prix sont régulés sur ce marché, et fixés par le régulateur à p avec $c \leq p < v - t$. Les deux entreprises ne choisissent que leurs localisations, ce choix est simultané. Déterminer ces localisations a et b à l'équilibre de Nash.

   A p fixé, la demande qui s'adresse à chaque firme ne depend que des localisations a et b. Le consommateur indiffé rent entre acheter chez 1 (localisée en a) et chez 2 1 (localisée en b) est situé au point $\frac{a+b}{2}$, on a donc $D_1 = \frac{a+b}{2}$ et $D_2 = 1 - \frac{a+b}{2}$. Le profit de l'entreprise 1 (localisée en a) est

   $$\pi_1 = (p - c)\frac{a+b}{2}.$$

   A b fixé, l'entreprise 1 maximise donc son profit en choisissant de se localiser le plus près possible de l'entreprise 2 pour maximiser sa part de marché : soit $a = b$. De même pour l'entreprise 2. On a donc nécessairement à l'équilibre $a = b$.

   Montrons maintenant qu'à l'équilibre, on a $a = b = 1/2$. Supposons qu'on est à l'équilibre avec $a = b < 1/2$. Alors La demande qui s'adresse aux deux firmes est 1/2. L'entreprise 2 (par exemple) a alors interêt à dévier en se déplaçant légèrement vers la droite (en $b' = a + \varepsilon$) : elle *capture alors tous les consommateurs du segment $[b, 1]$, soit plus de la moitié des consommateurs, et augmente ainsi son profit. Donc à l'équilibre, on a nécessairement $a = b = 1/2$.*

Finalement, on vérifie qu'il s'agit bien d'un équilibre. Supposons que l'entreprise j se localise en $1/2$. La meilleure réponse de sa rivale est alors de se localiser au même endroit pour maximiser sa demande.

3. Les prix sont maintenant fixés librement par les entreprises et la séquence des décisions est la suivante :
   — À l'étape 1, les deux entreprises choisissent simultanément leurs localisations ;
   — À l'étape 2, les deux entreprises choisissent simultanément leurs prix.

   (a) On considère les localisations a et b fixées et on se place au début de l'étape 2. Déterminer les prix à l'équilibre du sous jeu.

   A prix p et p donnés, le consommateur indifférent entre acheter chez l'entreprise 1 et chez l'entreprise 2 est localisé en $\tilde{x} = \frac{a+b}{2} + \frac{p_2 - p_1}{t(b-a)}$. La concurrence par les prix entraîne donc les fonctions de meilleures réponses

$$p_i^{br} = \frac{c + p_j}{2} + \frac{t(1 - d_1 - d_2)(1 + d_i - d_j)}{4}$$

   où $d_1 = a$ et $d_2 = 1 - b$ mesurent les distances respectives des deux entreprises aux extrémités les plus proches du segment. On a donc a l'equilibre

$$p_i = c + \frac{t(1 - d_1 - d_2)(3 + d_i - d_j)}{6},$$

   et les profits

$$\pi_i = t(1 - d_1 - d_2) \left(\frac{(3 + d_i - d_j)}{6} \right)^2.$$

   (b) Déterminer les localisations des entreprises et les prix qui en découlent à l'équilibre parfait en sous jeu.

   On a

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial d_i} = -t \left(\frac{(3 + d_i - d_j)}{6} \right)^2 + \frac{2t}{6}(1 - d_1 - d_2) \left(\frac{(3 + d_i - d_j)}{6} \right) \leq 0.$$

   les localisations optimales sont donc $d_1 = d_2 = 0$: Les deux entreprises se localisent aux extrémités du segment. Dans ce cas, les entreprises font face a un arbitrage : en se rapprochant de l'autre, une entreprise augmente sa part de marché, mais elle renforce également la pression concurrentielle sur sa rivale qui baisse son prix (question (a)). Le second effet l'emportant sur le premier, les deux entreprises se localisent aussi loin que possible de leur concurrente, soit aux extrémités du segment.

4. Comparer les localisations dans les questions 1., 2. et 3. et commenter.

   Lorsque les prix sont fixés par le régulateur, les deux entreprises se localisent au milieu du segment, ce qui nuit aux consommateurs car les coûts de transport sont plus élevés qu'avec la localisation en $(1/4, 3/4)$ de la question 1. Lorsque les prix sont fixés librement par les entreprises, les deux entreprises se localisent aux extrémités du segment, ce qui nuit autant aux consommateurs car les coûts de transport sont plus élevés qu'avec la localisation en $(1/4, 3/4)$ de la question 1. Les coûts de transport totaux, donc le surplus social, sont identiques dans les questions 2. et 3. En revanche, dans la question 2. ce sont les consommateurs situés aux extrémités du segment qui font face aux coûts les plus importants, alors que dans la question 3. ce sont les consommateurs situés au milieu du segment qui y perdent le plus : les firmes .

Exercice 2 : *Les cartes de paiement, un exemple de marché biface (5 points).*

On considère une population formée de paires acheteur-vendeur. La taille de la population est normalisée à 1. Chaque paire réalise une transaction qui peut être payée soit en cash, soit par carte de paiement. La plateforme qui émet les cartes de paiement supporte un coût par transaction de c (avec $c < 1$). Pour chaque transaction, elle reçoit une commission a_B de l'acheteur et une commission a_S du vendeur. Pour des commissions a_B et a_S telles que $a_S \in [0, 1]$ et $a_B \in [A - 1, A]$, avec $A \in [c, 1]$, on suppose que le nombre d'acheteurs qui utilisent la carte est $N_B = A - a_B$ et le nombre de vendeurs qui utilisent la carte est $N_S = 1 - a_S$. Le nombre de transactions payées par carte est alors $N_B N_S = (A - a_B)(1 - a_S)$.

1. Écrire le profit de la plateforme qui émet les cartes de paiement. À a_S donné, déterminer la commission optimale a_B. Interpréter en comparant au prix optimal d'un monopole sur un marché standard "à une face".

   Le profit de la plateforme est :

   $$\pi = (A - a_B)(1 - a_S)(a_B + a_S - c)$$

   A a_S fixé, la plateforme maximise son profit en choisissant $a_B = \frac{A+c-a_S}{2}$. C'est le prix que choisirait un monopole sur un maché standard "à une face"s'il faisait face à un coût $c - a_S$, ce qui représente le coût net de la plateforme sur cette face du marché.

2. Déterminer les commissions optimales a_S^M et a_B^M fixées par la plateforme. En déduire la commission totale par transaction reçue par la plateforme, ainsi que le nombre total de transactions payées par carte.

   La maximisation du profit donne

   $$a_B^M = \frac{2A + c - 1}{3}; a_S^M = \frac{2 + c - A}{3}$$

   donc la commission totale par transaction reçue par la plateforme est

   $$a^M = a_B^M + a_S^M = \frac{1 + A + 2c}{3}$$

   et le nombre de transactions payées par carte est :

   $$N_B N_S = (A - a_B)(1 - a_S) = \left(\frac{A - c + 1}{3}\right)^2$$

3. Déterminer l'effet d'une baisse de la taille de marché, A, sur le niveau des commissions, le revenu par transaction de la plateforme, et le nombre de transactions payées par carte. Que se passe-t-il si $A < \frac{1-c}{2}$? Commenter.

   Si le nombre maximal d'acheteurs A diminue, a_B^M baisse et a_S^M augmente : la plateforme tente d'attirer plus d'acheteurs en pratiquant une commission plus faible côté acheteurs et augmente sa commission côté vendeurs pour compenser les pertes. La commission totale par transaction

reçue par la plateforme diminue cependant, ainsi que le nombre de transactions payées par carte, car la taille du marché baisse.
Si $A < \frac{1-c}{2}$ on observe que $a_B^M < 0$: la plateforme vend à perte côté acheteurs pour attirer plus d'acheteurs et augmenter le nombre de transactions, tout en chargeant une marge du côté des vendeurs. La plateforme subventionne ainsi les acheteurs. Concrètement, cela peut correspondre à un système de points donnant des cadeaux, ou à des réductions consenties sur les achats à la charge de la plateforme.

4. On admet que le surplus social moyen par transaction est

$$\frac{A + a_B + 1 + a_S}{2} - c.$$

Déterminer le surplus social. En déduire les commissions a_B^* et a_S^* qui seraient fixées par un planificateur bienveillant dans l'objectif de maximiser le surplus social. Quel serait alors le profit par transaction pour la plateforme ? Quelles commissions a_B^{**} et a_S^{**} maximisent le surplus social sous la condition que la plateforme ne fasse pas de pertes ?

Le surplus social total que maximise le planificateur bienveillant est donc

$$(A - a_B)(1 - a_S)\left(\frac{A + a_B + 1 + a_S}{2} - c\right).$$

Les conditions du premier ordre donnent les commissions optimales suivantes :

$$a_B^* = \frac{A + 2c - 2}{3}; a_S^* = \frac{1 + 2c - 2A}{3}.$$

On note que $a_B^M > a_B^*$ et $a_S^M > a_S^*$: la plateforme en monopole pratique des commissions trop élevées par raapport au niveau qui maximiserait le surplus social.
Le profit par transaction réalisé par la plateforme avec ces commissions optimales serait alors de

$$a_B^* + a_S^* - c = \frac{c - A - 1}{3} < 0$$

A l'optimum social, la plateforme fait donc des pertes.
Si l'on impose que la plateforme fasse un profit positif, on doit avoir au moins $a_B + a_S = c$. Maximiser le surplus social sous cette contrainte revient à maximiser

$$(A - a_B)(1 - (c - a_B))\left(\frac{A + a_B + 1 + (c - a_B)}{2} - c\right)$$

ce qui donne les commissions suivantes :

$$a_B^{**} = \frac{A + c - 1}{2}, a_S^{**} = \frac{c - A + 1}{2}$$

La commission demandée aux acheteurs est désormais négative si $A > 1 - c$, mais la subvention est dans ce cas plus faible que dans la question 3, le monopole choisissant une subvention trop élevée du point de vue du surplus social. En revanche la commission demandée aux vendeurs est toujours positive.

Exercice 3 : *La tragédie des biens communs (6 points).*

En Namibie, les “communal rangelands” ou prés comunaux souffrent de surexploitation. Nous allons étudier ce problème : les villageois peuvent mettre des vaches dans un pré commun. Le coût d'une vache est $\frac{1}{20}$ et la valeur du lait lorsque $v \geq 1$ vaches sont dans le pré est $f(v) = ln(v + 2)$.

Nous faisons l'hypothèse que chaque villageois peut mettre une vache au maximum et qu'il y a 100 villageois.

1. Quel est le nombre entier de vaches à l'équilibre concurrentiel ?

   Profit pour un villageois positif, donc profitable d'ajouter une vache, tant que $\Pi = f(v) - v * \frac{1}{20} \geq 0$, d'où à l'équilibre $\frac{ln(v+2)}{v} = \frac{1}{20}$ et donc $v^E = 90$.
2. Quel est le nombre entier optimal au sens de Pareto de vaches qui devraient être dans le pré ? Comparer au nombre de la question 1. Commenter.

   L'optimalité requière $max_v f(v) - v * \frac{1}{20}$. CPO : $\frac{1}{v+2} = \frac{1}{20}$ et donc $v^P = 18$. On a une surexploitation à l'équilibre par rapport à l'optimalité : $v^E > v^P$.
3. Quelle taxe unitaire permettrait de restaurer l'optimalité (arrondir à deux chiffres après la virgule). Commenter.

   On doit poser la taxe unitaire t^P qui va restaurer l'égalité entre coût privé $\frac{1}{20}$ et coût social. D'où : $f(v^P) - v^P * \frac{1}{20} - t^P * v^P = 0$, d'où $t^P = 0,12$. La taxe unitaire ou taxe pigouvienne renchérit fortement le prix d'une vache de $\frac{1}{20} = 0,05$ à $t^P + \frac{1}{20} = 0,17$.

Nous faisons l'hypothèse que $n \geq 1$ villageois peuvent mettre $v \geq 0$ vaches, où v peut être strictement supérieur à 1.

4. Comment chaque villageois va déterminer son nombre de vaches ? Commenter.
   Soit $\bar{v}$ le nombre de vaches choisi par les autres villageois, un villageois va maximiser son profit en prenant comme fixe $\bar{v}$ pour obtenir sa meilleure réponse :
   $$max_v v * \frac{ln(v + \bar{v} + 2)}{v + \bar{v}} - v * \frac{1}{20},$$
   CPO :
   $$\frac{ln(v + \bar{v} + 2)}{v + \bar{v}} - \frac{1}{20} + v * \left(\frac{\frac{v+\bar{v}}{v+\bar{v}+2} - ln(v + \bar{v} + 2)}{(v + \bar{v})^2} \right) = 0 \Longleftrightarrow$$
   $$\frac{ln(v + \bar{v} + 2)}{v + \bar{v}} - \frac{1}{20} + \frac{v}{v + \bar{v}} * \left(\frac{1}{v + \bar{v} + 2} - \frac{ln(v + \bar{v} + 2)}{(v + \bar{v})} \right) = 0. \quad (1)$$
   On remarque que les villageois internalisent une partie de l'externalité car lorsqu'ils ajoutent une vache cela diminue la production de leurs autres vaches : le dernier terme est négatif car la production marginale $f'(v)$ est inférieure à la production moyenne $\frac{f(v)}{v}$.
5. Supposons que les villageois à l'équilibre vont tous choisir le même nombre de vaches (équilibre de Nash symétrique) et qu'il y a 10 villageois désormais. Quel sera le nombre total de vaches ? Comment ce nombre évolue-t-il avec le nombre de villageois ? Commenter.
   On résoud l'équation (1) pour v^N identique pour tous les villageois d'où $v^N + \bar{v}^N = 10 * v^N$ et donc
   $$\frac{ln(10 * v^N + 2)}{10 * v^N} - \frac{1}{20} + v^N * \left(\frac{\frac{10*v^N}{10*v^N+2} - ln(10 * v^N + 2)}{(10 * v^N)^2} \right) = 0, \quad (2)$$
   d'où $v^N = 8$ et le nombre total de vaches et de 80. À l'équilibre symmétrique si on diminue le nombre de villageois on aura plus de vaches par villageois jusqu'à 18 vaches si on a un seul villageois.

6. Quelles mécanismes - autre qu'une taxe unitaire – pourraient être mis en place pour réduire la surexploitation ? (10 lignes maximum)
   Plusieurs réponses possibles : (1.) discussion sur l'allocation des droits de propriété (Théorème de Coase) ; (2.) Elinor Ostrom a identifié huit principales caractéristiques des communautés pérennes de gestion de ressources communes (l'ensemble des critères dans le poly). Par exemple :
   (a) Définition claire de l'objet de la communauté et de ses membres.
   (b) Cohérence entre les règles relatives à la ressource commune et la nature de celle-ci.
   (c) Participation des utilisateurs à la modification des règles concernant la ressource commune.

Exercice 4 : *Assurance et sélection adverse (4 points).*

On considère une économie avec des individus avec un risque élevé d'avoir un accident de voiture et ceux qui ont un risque faible. Les individus avec un risque élevé ont une probabilité p_H d'avoir un accident et représentent une fraction γ_H de la population. Les individus avec un risque faible ont une probabilité p_L d'avoir un accident et représentent une fraction $\gamma_L = 1 - \gamma_H$ de la population. Nous faisons l'hypothèse que $p_H > p_L$. Lorsque l'accident se réalise il génère pour l'individu une perte monétaire égale à $d > 0$. Les individus ont pour fonction d'utilité $u(.)$ avec $u'(.) > 0 > u''(.)$ et ils ont tous la même richesse initiale w. Nous supposons que l'économie possède un grand nombre de compagnies d'assurance et que l'offre d'assurance est parfaitement concurrentielle. Une police d'assurance est un contrat (δ, π) où δ est la couverture (indemnité) si l'accident se réalise et π est la prime d'assurance.

1. Quel est la pente des courbes d'indifférence des individus ? Représenter dans un graphique avec pour axe des abscisses δ et axe des ordonnées π une courbe d'indifférence d'un individu avec un risque élevé et une courbe d'un individu avec un risque faible. Commenter.
2. Déterminer les contrats d'assurance optimaux lorsque les compagnies d'assurance observent parfaitement le type des individus (*information complète*). Représenter ces contrats graphiquement. Obtenons-nous dans ce cas un optimum de Pareto ? Commenter.
3. En information incomplète, montrer graphiquement un exemple de contrats à l'équilibre (lorsqu'un équilibre existe). Quelles propriétés ont les contrats dans ce cas ?